



AGA0293 Astrofísica Estelar

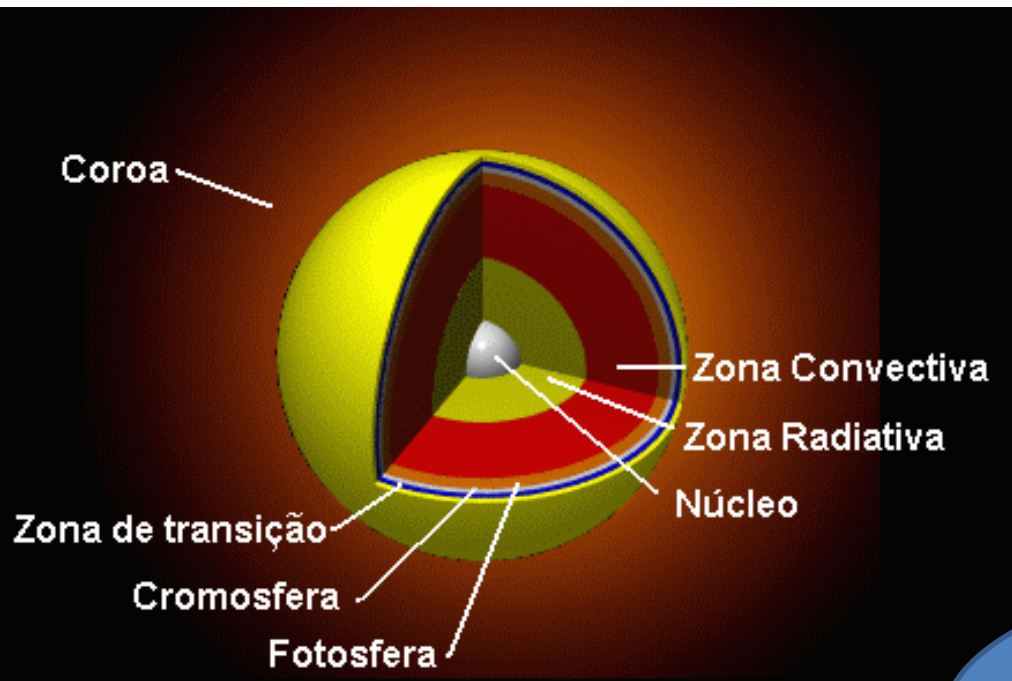
Profa. Jane Gregorio-Hetem

Capítulo 9

Atmosferas Estelares

- 9.1 Campo de Radiação
- 9.2 Opacidade estelar
- 9.3 Transferência Radiativa
- 9.4 A estrutura das linhas espectrais

Estrutura de uma estrela (Sol)



no **interior**:

Núcleo $\sim 2 \times 10^5$ km,
Zona Radiativa $\sim 3 \times 10^5$ km,
Zona Convectiva $\sim 2 \times 10^5$ km.

e na **atmosfera**:

Fotosfera ~ 500 km,

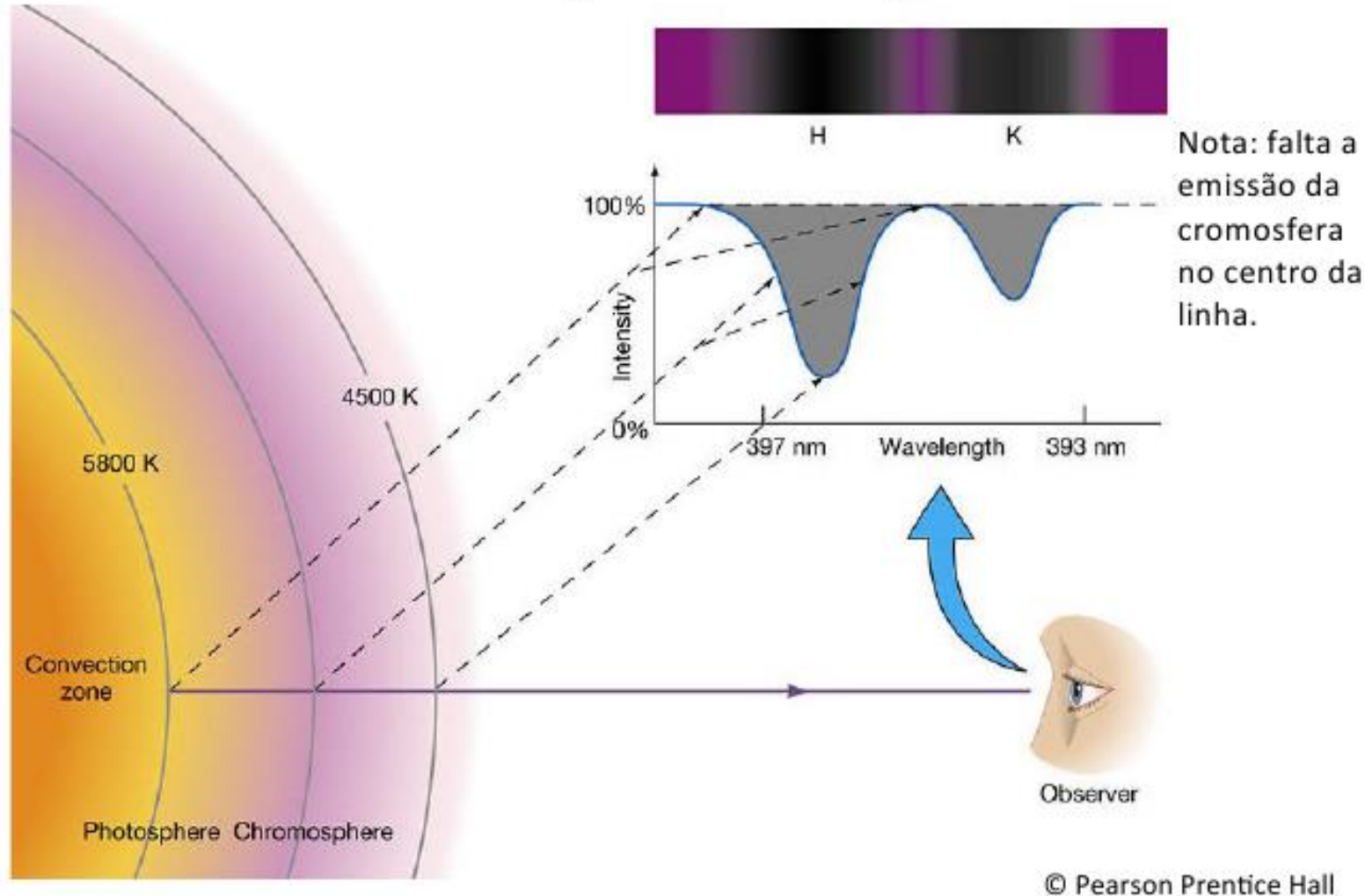
Cromosfera $\sim 1,5 \times 10^3$ km,

Zona de transição $\sim 8,5 \times 10^3$ km,

Coroa (tamanho não definido, atinge vários raios solares).

A luz que recebemos vem da atmosfera. A temperatura de cada camada define as características espectrais

Para interpretar as linhas espectrais, precisamos descrever como a luz viaja através do gás da atmosfera



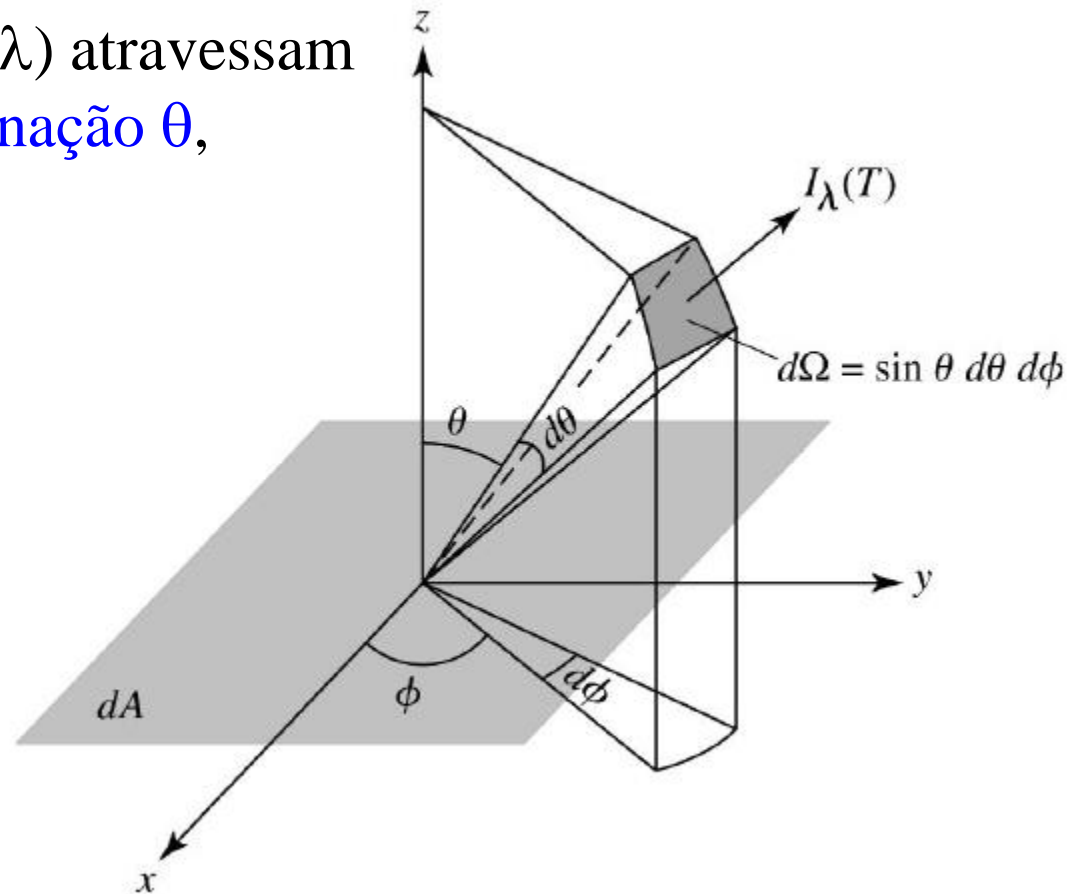
Créditos: Prof. Jorge Meléndez

Fig. 9.1 Raios de luz (λ a $\lambda + \Delta\lambda$) atravessam a superfície dA com uma inclinação θ , formando o ângulo sólido $d\Omega$.

$E_\lambda d\lambda$: energia transportada pela luz no cone, no intervalo de tempo dt .

Intensidade (específica) de um feixe (estreito) de luz:

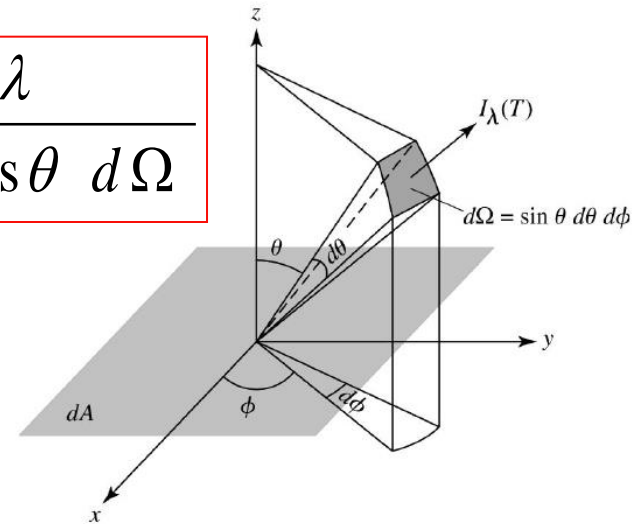
$$I_\lambda = \frac{E_\lambda d\lambda}{d\lambda dt \underbrace{dA \cos \theta}_{\text{área projetada}} d\Omega}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} \\ I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} \end{array} \right.$$

Em coordenadas esféricas:

$$I_{\lambda} = \frac{E_{\lambda} d\lambda}{d\lambda dt dA \cos \theta d\Omega}$$



$$E_{\lambda} d\lambda = I_{\lambda} d\lambda dt dA \cos \theta d\Omega$$

$$E_{\lambda} d\lambda = I_{\lambda} d\lambda dt dA \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

erg s⁻¹ nm⁻¹ m⁻² sr⁻¹

Radiação de corponegro é um exemplo de Intensidade específica: $I_{\lambda} = B_{\lambda}$

A função de Planck é a expressão da curva de radiação de corponegro

$$B_{\lambda}(T) \cong \frac{2hc^2 / \lambda^5}{e^{hc / \lambda kT} - 1}$$

Intensidade Média

- Em geral a intensidade específica I_λ varia com a direção.
- Integrando-se em todas direções e dividindo por 4π sr (ângulo sólido definido por uma esfera), obtemos a **Intensidade média**:

$$\langle I_\lambda \rangle \equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\lambda d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_\lambda \sin\theta d\theta d\varphi$$

- Para campos isotrópicos: $\langle I_\lambda \rangle = I_\lambda$
- **Radiação de corponegro** é isotrópica e tem $\langle I_\lambda \rangle = B_\lambda$

Fluxo radiativo

- Porção de energia, entre λ e $\lambda + \Delta\lambda$, que a cada segundo passa por unidade de área na direção do eixo-z

$$F_{\lambda} d\lambda = \int I_{\lambda} d\lambda \cos \theta d\Omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_{\lambda} d\lambda \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

- O fator $\cos \theta$ determina a componente-z do raio de luz e permite **cancelar** os raios em **direção oposta**.
- Para um campo de radiação isotrópico $\rightarrow F_{\lambda}=0 \rightarrow$ não há transporte líquido de energia.

Fluxo radiativo & Intensidade específica

- Ambos descrevem a luz recebida de um astro.

Qual dos dois é realmente medido (fotometria) pelo detetor no telescópio?

- Depende da resolução espacial (θ_{\min})

$$\theta_{\min} (") = \frac{206265 \lambda}{D}$$

PAUSA PARA MEDITAÇÃO

O menor ângulo resolvido

- Efeito de difração
(critério de Rayleigh)

**Resolução
angular teórica**

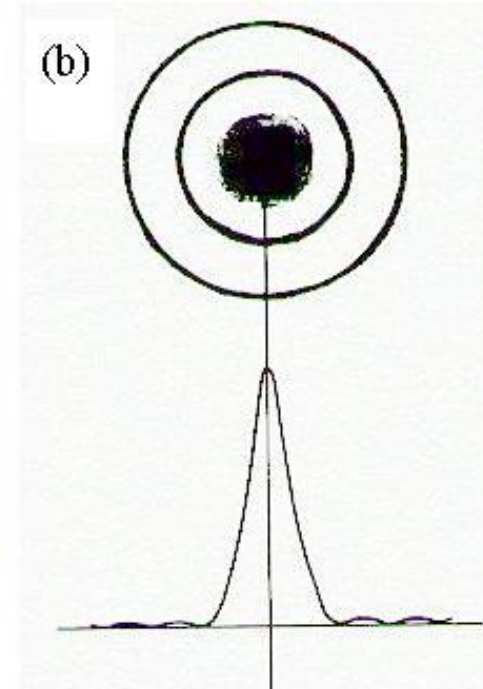
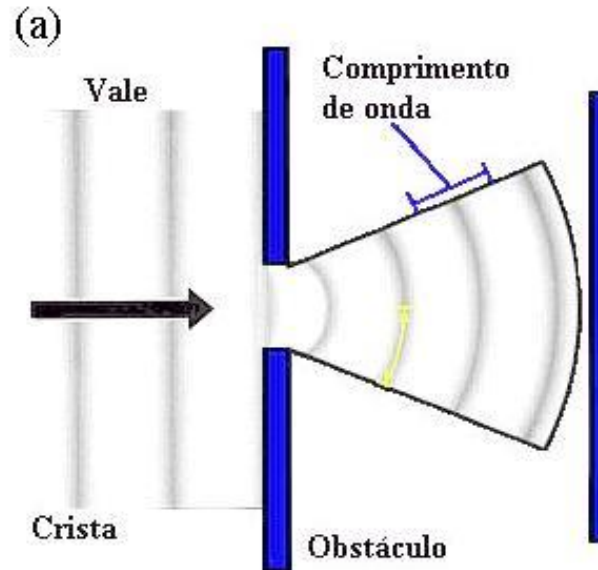
$$\theta_{\min} \text{ (rad)} = \frac{\lambda}{D}$$

Para telescópio com diâmetro

$D = 1\text{m}$

- $\lambda = 400 \text{ nm} \Rightarrow \theta_{\min} \sim 0.1''$
- $\lambda = 10 \mu\text{m} \Rightarrow \theta_{\min} \sim 2.0''$

onde: $1 \text{ rad} = 206265''$



$$\theta_{\min} (") = \frac{206265 \lambda}{D}$$

Fluxo radiativo & Intensidade específica

- Ambos descrevem a luz recebida de um astro.

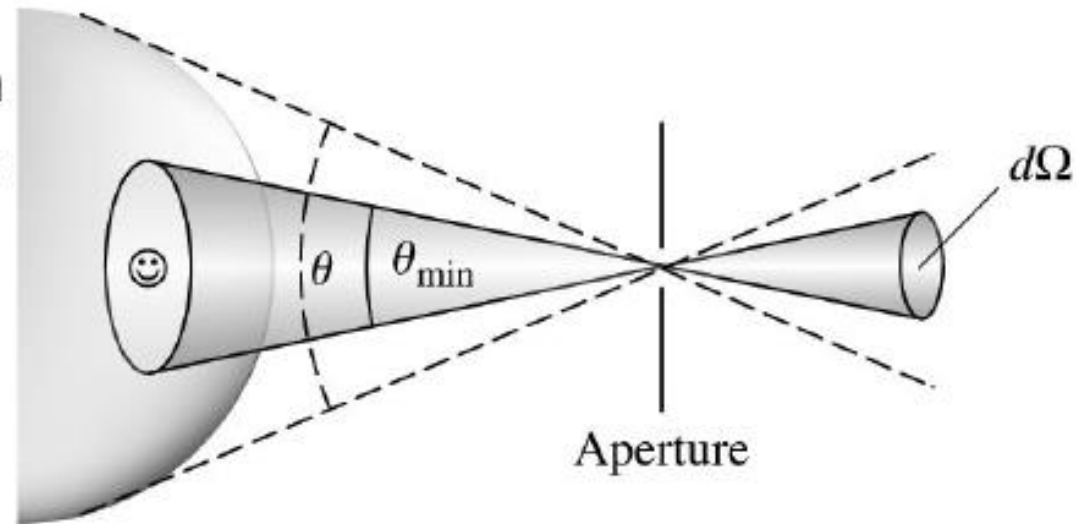
Qual dos dois é realmente medido (fotometria) pelo detetor no telescópio?

$$\theta_{\min} (") = \frac{206265 \lambda}{D}$$

- Depende da resolução espacial (θ_{\min})
- A fonte é “**resolvida**” se seu tamanho angular é $\theta > \theta_{\min}$
Telescópio mede I_{λ} (porção de energia que atravessa o ângulo sólido ω_{\min} definido por θ_{\min}).
Por exemplo: para $\lambda = 5010\text{\AA}$, no centro do Sol
 $I_{\lambda} = 4.03 \cdot 10^{14} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ sr}^{-1}$
- A fonte é “**não resolvida**” quando seu tamanho é $\theta < \theta_{\min}$
Telescópio mede F_{λ} (a energia da fonte é proveniente de todos os ângulos
→ F_{λ} é a integral de I_{λ} em todas direções.

Fonte resolvida
espacialmente:

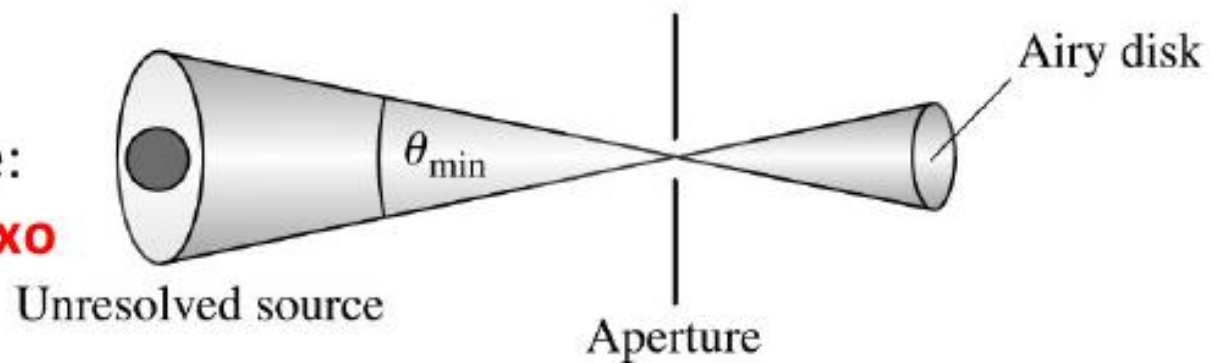
**medida de
intensidade
específica**



Resolved source

(a)

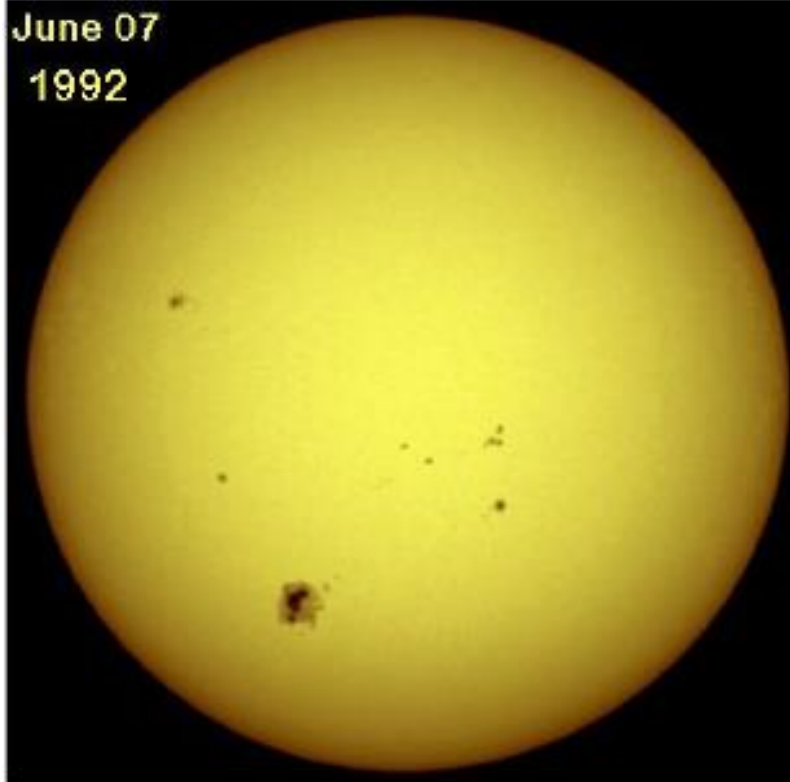
Fonte não
resolvida
espacialmente:
medida de fluxo



Unresolved source

(b)

Intensidade específica vs. Fluxo



<http://solarscience.msfc.nasa.gov/surface.shtml>

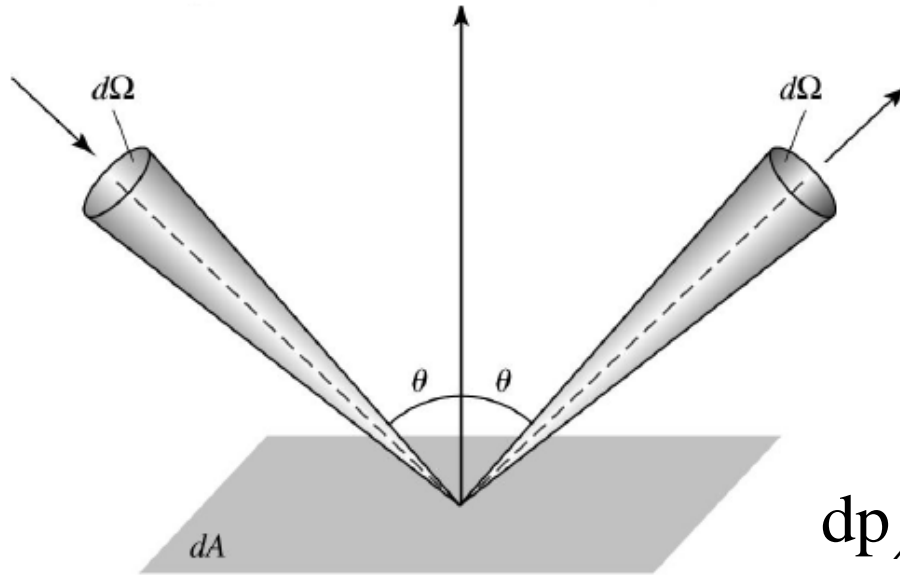
- Sol: é possível medir intensidade específica
- Estrelas: medida de fluxo



<http://www.twanight.org/newtwan/photos.asp?ID=3001503>

Pressão de Radiação

- Um fóton de energia E tem um momento $p = E/c \rightarrow$ pode exercer uma pressão de radiação (similar à pressão de um gás devida à colisão/rebate das moléculas contra uma superfície).



A mudança da componente- z do momento dos fótons (λ a $\lambda + \Delta\lambda$) que são refletidos a partir de dA durante dt será:

$$dp_{\lambda} d\lambda = [(p_{\lambda})_{final} - (p_{\lambda})_{inicial}] d\lambda$$

$$dp_{\lambda} d\lambda = \left[\frac{E_{\lambda} \cos \theta}{c} - \left(-\frac{E_{\lambda} \cos \theta}{c} \right) \right] d\lambda$$

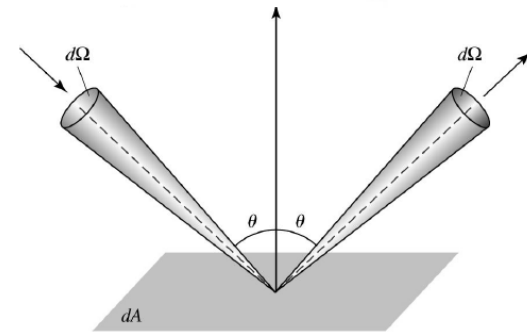
Fig. 9.4. Fótons refletidos a um ângulo θ na superfície dA , dentro de um ângulo sólido $d\Omega$. O feixe incidente é igual ao refletido, em lados opostos ao eixo z .

Pressão de Radiação (cont.)

$$dp_{\lambda}d\lambda = \left[\frac{E_{\lambda} \cos \theta}{c} - \left(-\frac{E_{\lambda} \cos \theta}{c} \right) \right] d\lambda$$

$$dp_{\lambda}d\lambda = \frac{2E_{\lambda} \cos \theta}{c} d\lambda = \frac{2}{c} I_{\lambda} d\lambda dt dA \cos^2 \theta d\Omega$$

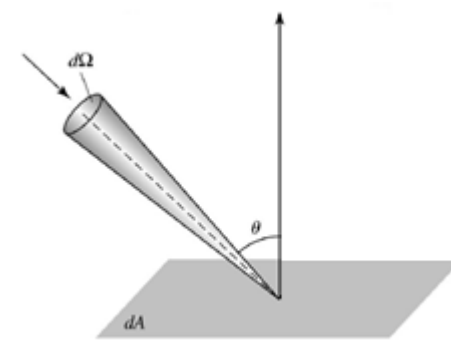
$$I_{\lambda} = \frac{E_{\lambda} d\lambda}{d\lambda dt dA \cos \theta d\Omega}$$



- Força exercida pelos fótons na área $dA \rightarrow -dp_{\lambda}/dt$
- Pressão é a força dividida pela área $\rightarrow (dp_{\lambda}/dt)/dA$
- **Integrando no hemisfério** de todas direções incidentes, a pressão de radiação (**reflexão**) entre λ e $(\lambda+\Delta\lambda)$ será:

$$P_{rad,\lambda}d\lambda = \frac{2}{c} \int I_{\lambda} d\lambda \cos^2 \theta d\Omega \quad \Rightarrow \quad P_{rad,\lambda}d\lambda = \frac{2}{c} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{\lambda} d\lambda \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

Pressão de Radiação - Transmissão



$$dp_{\lambda} d\lambda = \frac{E_{\lambda} \cos \theta}{c} d\lambda$$

- Supondo ausência de reflexão → fótons incidentes continuam através da superfície dA

$$P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{1}{c} \int_{esfera} I_{\lambda} d\lambda \cos^2 \theta d\Omega$$

$$P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{1}{c} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_{\lambda} d\lambda \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi \Rightarrow \boxed{P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{4\pi}{3c} I_{\lambda} d\lambda}$$

Campo isotrópico de radiação

$$P_{rad} = \int_0^{\infty} P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{4\pi}{3c} \int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) d\lambda = \frac{4\sigma T^4}{3c}$$

Pressão de radiação de corponegro $\pi B(T) = F_T = \sigma T^4$

9.2 Opacidade Estelar

- A relação de Stephan-Boltzmann define T_{eff} , mas as estrelas não se comportam exatamente como corponegro

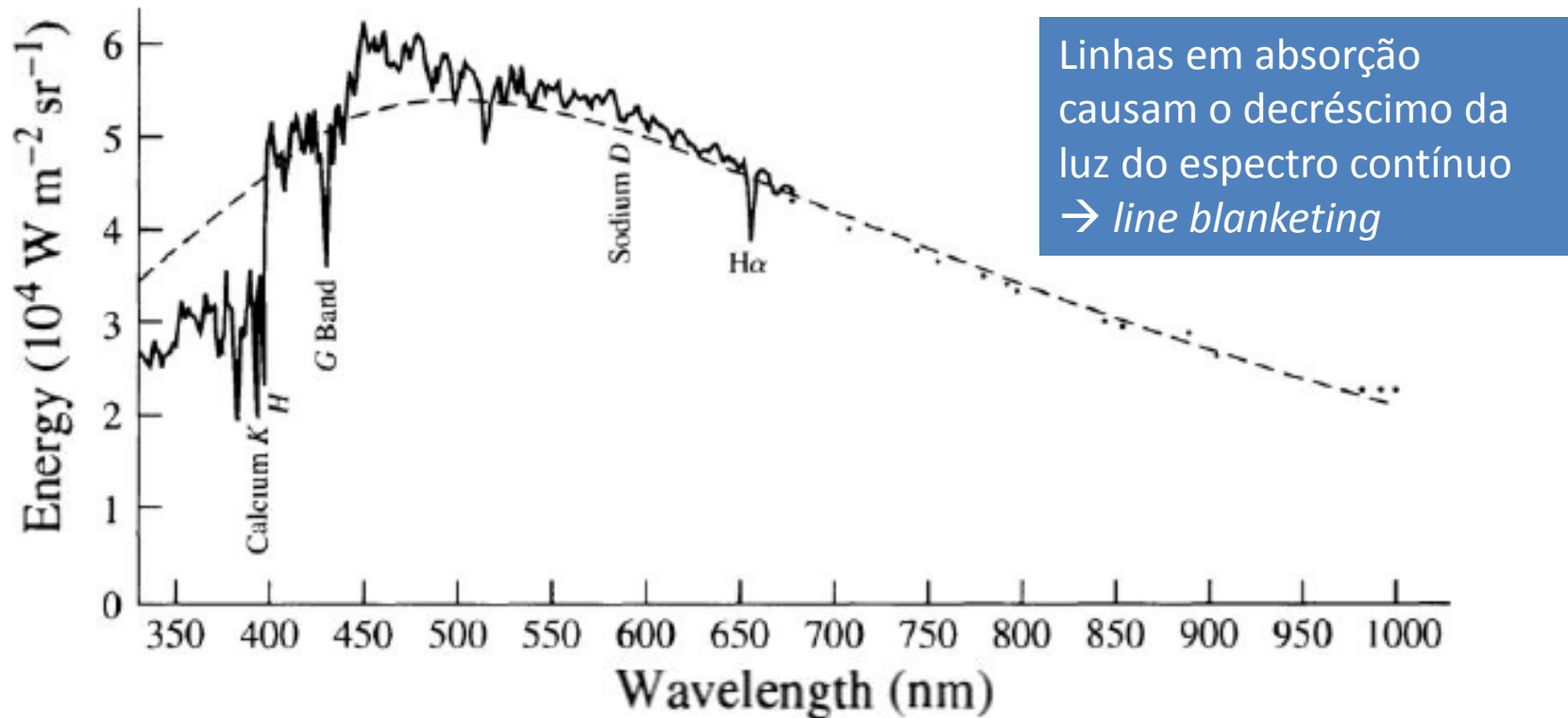


Fig. 9.5 Espectro do Sol comparado com a curva de corponegro (B_λ) de acordo com sua T_{ef}

Diferentes medidas de temperatura da estrela

- Temperatura de **excitação**
(**Boltzmann**):

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b e^{-E_b/kT}}{g_a e^{-E_a/kT}} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b-E_a)/kT}$$

- Temperatura de **ionização**:
(**Saha**)

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2Z_{i+1}}{n_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_i/kT}$$

- Temperatura **cinética**:
(**Maxwell-Boltzmann**)

$$n_v dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{-1/2 mv^2}{kT} \right] 4\pi v^2 dv$$

- Temperatura de **cor**:
(**Planck**)

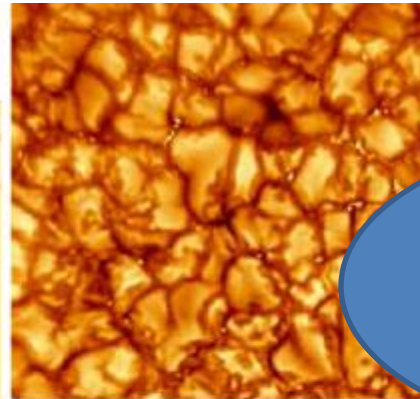
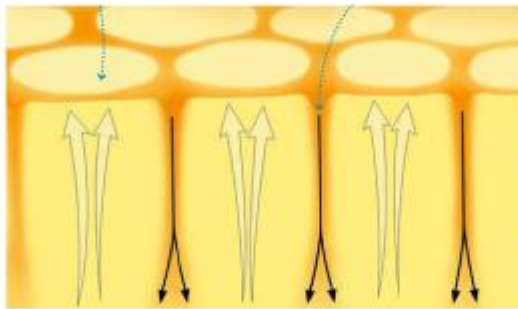
$$B_\lambda(T) \cong \frac{2hc^2 / \lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Para um gás contido em uma caixa, em equilíbrio, mesma T em todos os casos → Equilíbrio Termodinâmico (ET)

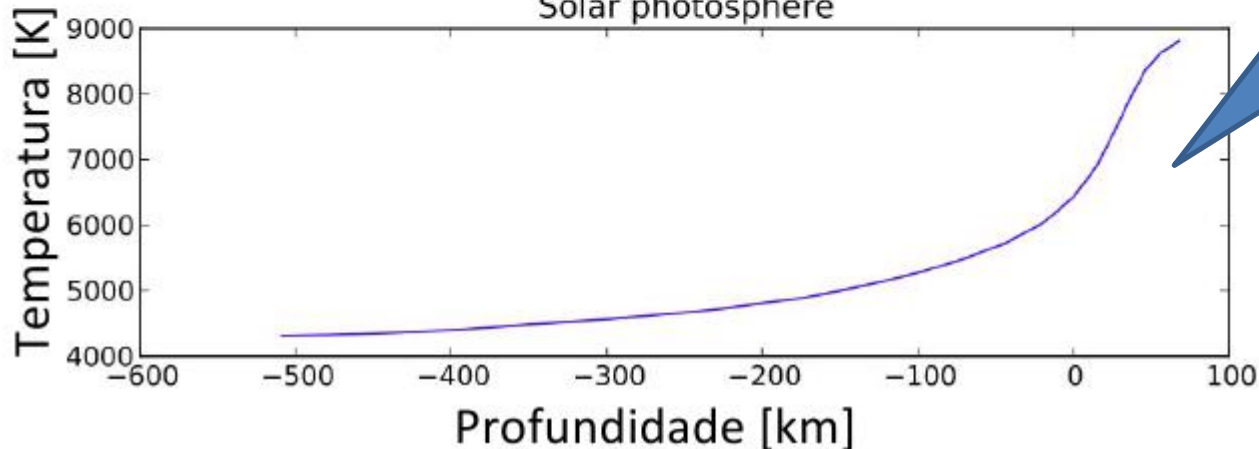
ET → não há transferência de energia. Por exemplo, os processos de emissão e absorção dos fôtons ocorrem na mesma taxa.

Na estrela o *ET* não é perfeito → temperatura varia com a posição

Equilíbrio Termodinâmico Local (ETL)



Solar photosphere



ETL adotado para pequenas regiões (fótons e partículas confinados)

Créditos: Prof. Jorge Meléndez

Exemplo 9.1. Na fotosfera do Sol a temperatura varia de 5650K a 5890K dentro de 27.7 km. A **escala de altura de temperatura** é dada por:

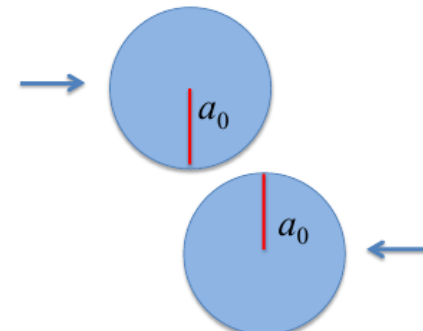
$$H_T = \frac{T}{|dT/dr|} = \frac{5770K}{(5890K - 5650K)/(2,77 \times 10^6)} = 6,66 \times 10^7 \text{ cm}$$

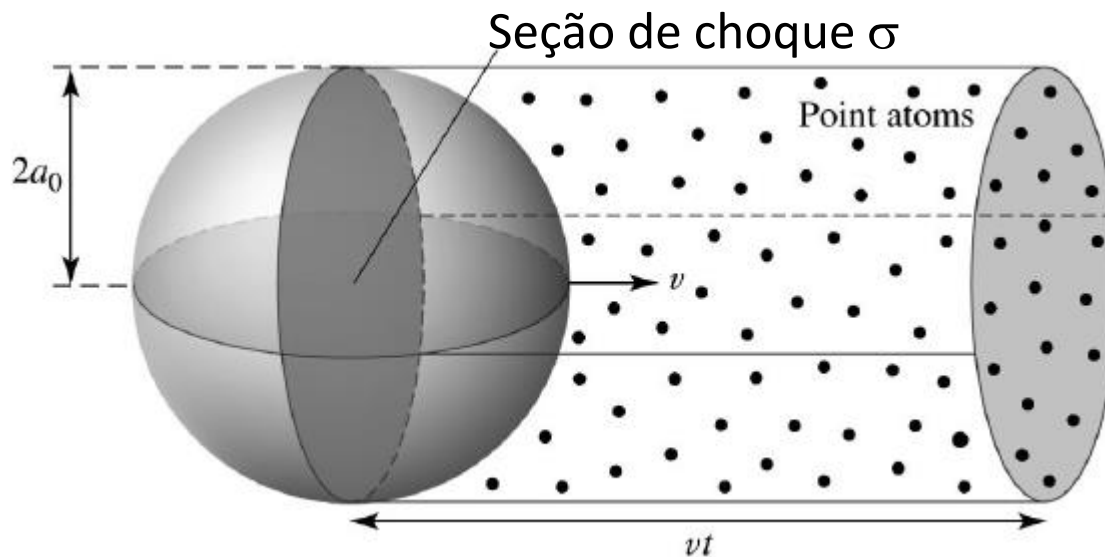
Como essa escala de altura (~670km) se compara com o caminho (distância média) percorrido por um átomo antes que ele sofra uma colisão com outro átomo?

Densidade média na fotosfera: $\rho = 2,5 \times 10^{-7} \text{ g cm}^{-3}$ (supondo gás de H neutro, no estado fundamental) \rightarrow número de átomos:

$$n = \frac{\rho}{m_H} = 1,5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Dois átomos irão colidir se a distância entre seus centros for $2a_0$ ($2 \times$ raio de Bohr) onde $a_0 = 0,0529 \text{ nm}$





Distância percorrida:

$$d = v t$$

Volume: $\pi(2a_0)^2 \times v t$

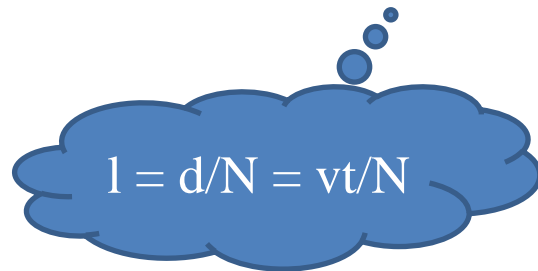
$$V = \sigma \times v t$$

$$\sigma_H = 3,52 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

- Situação semelhante ao **átomo com raio = $2a_0$ e velocidade v** atravessando um campo de pontos estacionários (centro dos outros átomos).

Qual é a distância média percorrida entre as colisões?

- No volume V , o número de átomos com os quais o átomo em movimento colidiu será de $N = nV = n \sigma v t$
- A distância média percorrida entre as colisões é


$$l = d/N = vt/N$$

$$l = \frac{vt}{n\sigma vt} = \frac{1}{n\sigma}$$

$$l = \frac{1}{n\sigma} = 1,89 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

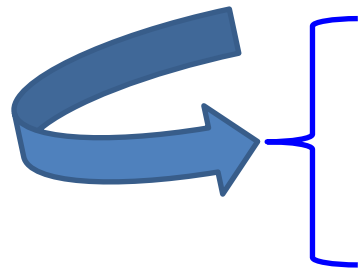
Caminho livre médio do
átomo de H

- Comparando o **caminho livre médio** com a **escala de altura** da temperatura na atmosfera: l ($\sim 10^{-2}$ cm) \llll H_T ($\sim 6,7 \cdot 10^7$ cm)
- Entre as colisões, os átomos não passam por variação de temperatura.

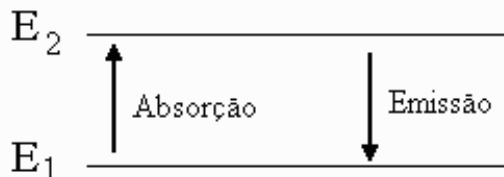
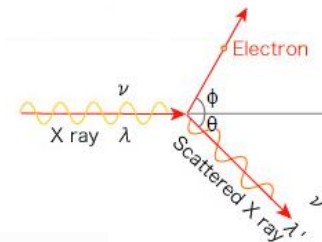


Encontram-se efetivamente confinados em um dado volume da fotosfera.

- Para os **fótons**, que escapam da fotosfera, o conceito de LTE e caminho livre médio deve ser examinado com base nos detalhes da interação entre fótons e partículas.
- Vamos considerar um **feixe de luz** atravessando um gás \rightarrow **absorção**: processo de remoção de **fótons** do feixe



- Espalhamento (**Compton**)
- Absorção (**transições atômicas**)



Coeficiente de Absorção (Opacidade)

A variação na intensidade (dI_λ) de um raio de luz que atravessa um gás é proporcional a I_λ , a distância percorrida ds e a densidade do gás ρ :

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho I_\lambda ds$$

Decresce com a
distância

Devido a absorção
dos fótons

Opacidade ($\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$)

Depende da composição,
densidade e temperatura

Exemplo 9.2.2: qual a intensidade final de um feixe de intensidade inicial $I_{\lambda,0}$ (em $s=0$) após atravessar uma distância s ?

Podemos integrar: $dI_{\lambda} = -\kappa_{\lambda}\rho I_{\lambda} ds$

$$\int_{I_{\lambda,0}}^{I_{\lambda,f}} \frac{dI_{\lambda}}{I_{\lambda}} = - \int_0^s \kappa_{\lambda}\rho ds$$

$$I_{\lambda} = I_{\lambda,0} e^{-\int_0^s \kappa_{\lambda}\rho ds}$$

Para um gás com densidade uniforme e κ_{λ} constante:

$$I_{\lambda} = I_{\lambda,0} e^{-\kappa_{\lambda}\rho s}$$

Créditos: Prof. Jorge Meléndez

Para um gás com densidade uniforme e κ_λ constante:

$$I_\lambda = I_{\lambda,0} e^{-\kappa_\lambda \rho s}$$

Intensidade vai diminuir em fator e^{-1} , se $\kappa_\lambda \rho s = 1$

Ou seja, I_λ vai diminuir em e^{-1} para uma distância característica:

$$\ell = 1/\kappa_\lambda \rho$$

Na fotosfera solar: $\rho = 2.1 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-3}$
 $\kappa_{500} = 0.03 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$

Distância característica antes do fóton ser removido do feixe:

$$\ell = \frac{1}{\kappa_{500} \rho} = 160 \text{ km}$$

Similar à escala de temperatura!

$$H_T = 677 \text{ km}$$

Os fótons não viajam por regiões com temperaturas constantes → não ETL

Caminho livre médio

$$l = \frac{1}{\kappa_{\lambda} \rho}$$

Fração de fótons
espalhados por metro

Profundidade Óptica (τ_{λ})

Define todo o caminho percorrido pela luz

$$d\tau_{\lambda} = -\kappa_{\lambda} \rho ds$$

Nas camadas mais externas da estrela $\tau_{\lambda}=0$

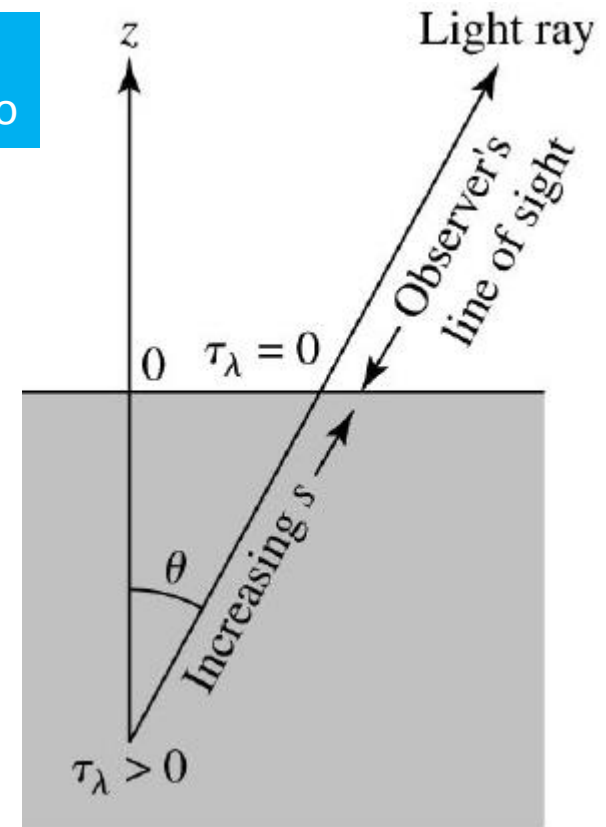
$$\Delta\tau_{\lambda} = 0 - \tau_{\lambda,0} = -\int_0^s \kappa_{\lambda} \rho ds$$

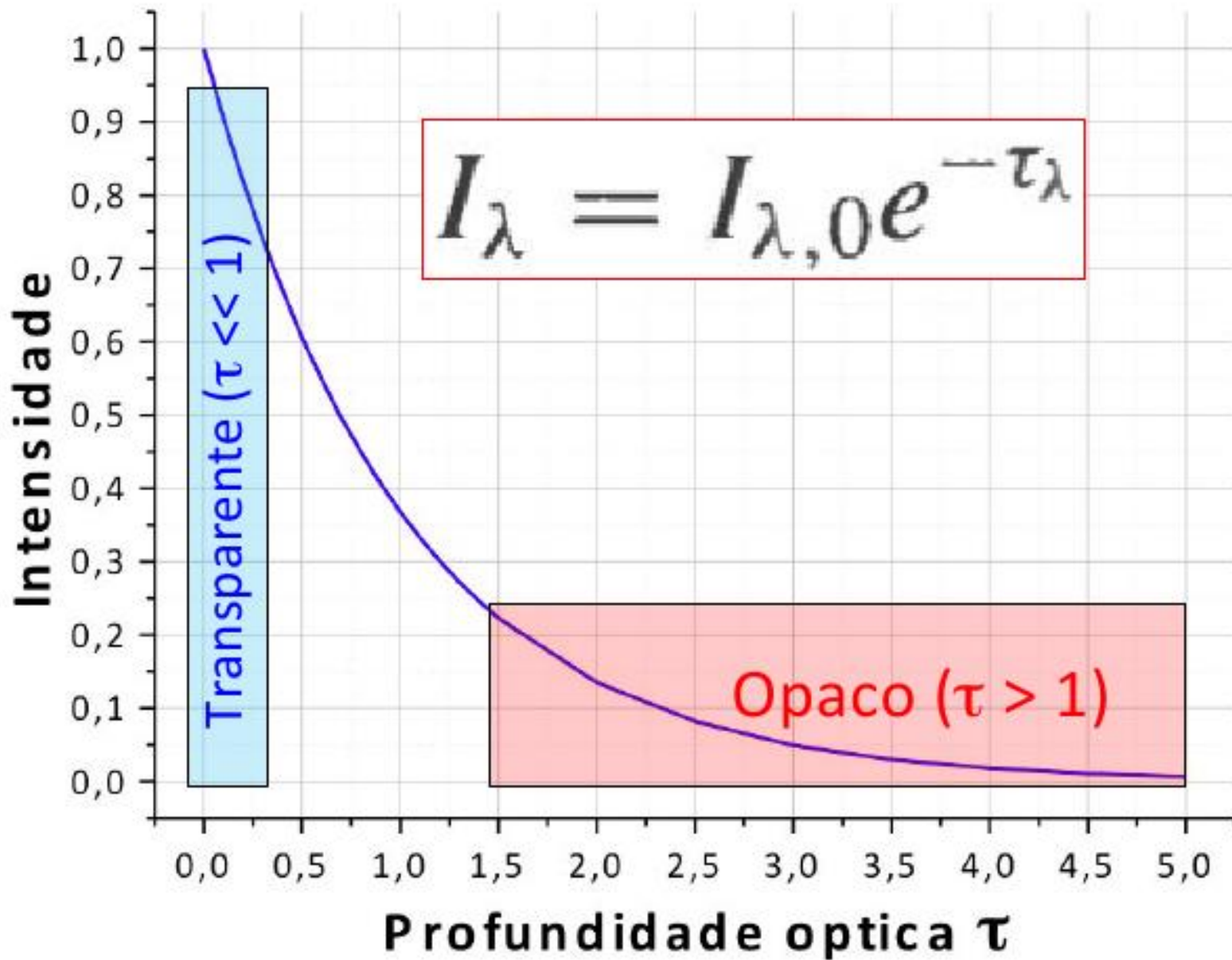
$$\tau_{\lambda} = \int_0^s \kappa_{\lambda} \rho ds$$

$$I_{\lambda} = I_{\lambda,0} e^{-\kappa_{\lambda} \rho s}$$

Ex. 9.2.2

$$I_{\lambda} = I_{\lambda,0} e^{-\tau_{\lambda}}$$





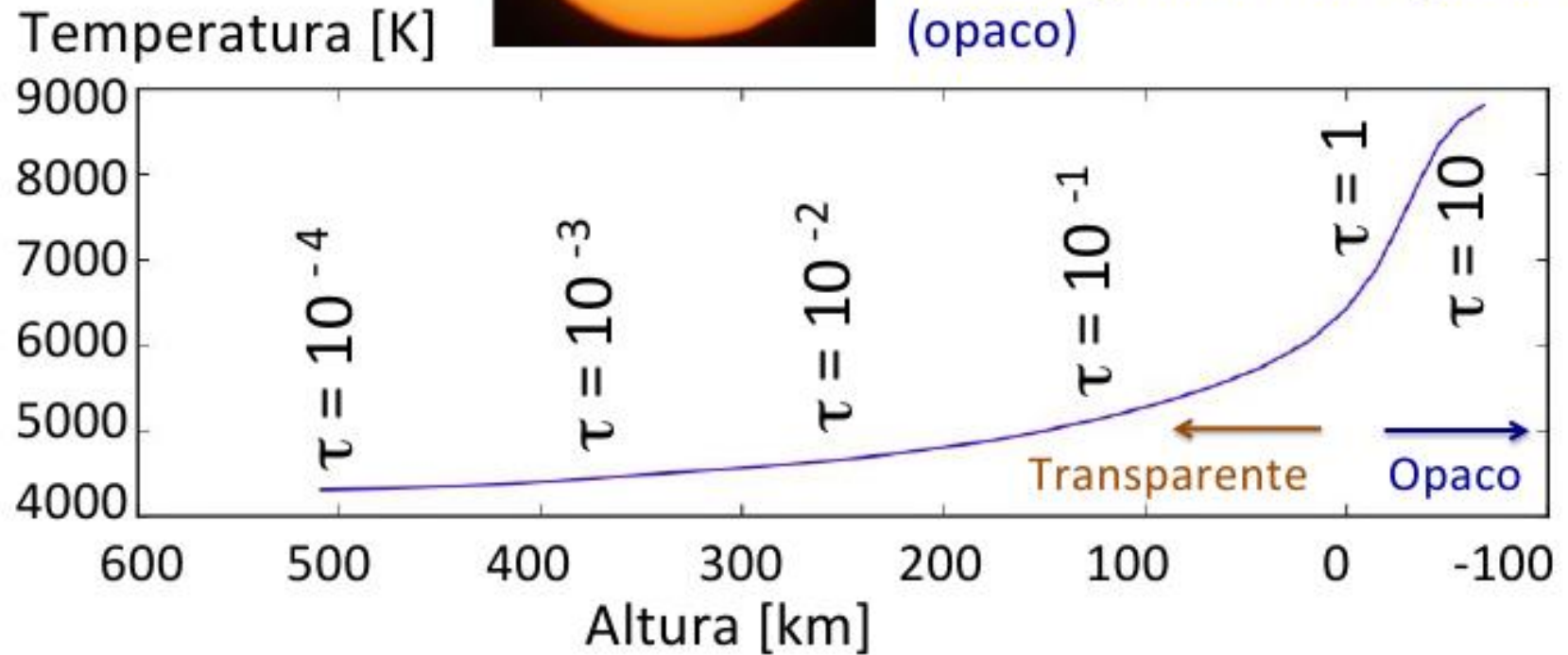
$$I_{\lambda} = I_{\lambda,0} e^{-\tau_{\lambda}}$$



“Superfície” do Sol, $\tau \sim 1$

$\tau \ll 1$: opticamente fino
(transparente)

$\tau \gg 1$: opticamente espesso
(opaco)



Sol sem manchas, visto de Butantã

#Sampa, 15/4/2017 © JM

PRÓXIMA AULA

Cap. 9b Opacidade Estelar (cont.)
Transferência Radiativa

CORREÇÃO DA LISTA 1